L.Taher El Hadded El Hamma **Devoir de contrôle N°1** **Niveau : 4ème**
Année scolaire 2009/2010 **durée : 2 heures** **Section : S.Exp**

NB : - Il sera tenu compte de la rédaction et la rigueur de raisonnement.
- Tout résultat parachuté sera compté faux

Exercice n°1 : Les deux parties sont indépendantes.

Partie A : *dans chaque phrase une seule réponse est correcte choisir la.*

1) z et z' sont deux nombres complexes non nuls

tels que $|z+z'| = |z| + |z'|$ *alors*

a/ Re $\left(z'\bar{z}\right) = |z'z|$; *b/ arg* $\bar{z} \equiv$ *arg (z') [2*κ*]* ; *c/* $\bar{z}$ *z' est imaginaire pur* 0.75

2) Si z est un nombre complexe vérifiant $z \neq 1$ *,* $z \neq -1$ *et* $|z| = 1$ *alors* $\dfrac{1+z}{1-z}$ *est* 0.75

a/ imaginaire pur ; *b/ réel* ; *c/égale à 1*

3) Si O, I, M trois points d'affixes respectives o, -1 - i et z tels que $|(1+i)z + 2i| = 3$

alors l'ensemble des points M est : 0.75

a/ {I } ; *b/* $\mathcal{C}_{(0\,;\,\sqrt{3})}$; *c/* $\mathcal{C}_{(I\,;\,\frac{3\sqrt{2}}{2})}$ 0.75

4- La forme polaire de $\dfrac{1+i\sqrt{3}}{2\sqrt{2}+2\sqrt{2}i}$ *est* a / $\left[\dfrac{1}{2},\dfrac{\pi}{12}\right]$; *b/* $\left[\dfrac{1}{2},\dfrac{5\pi}{12}\right]$; *c/* $\left[\dfrac{1}{2},\dfrac{7\pi}{12}\right]$

Partie B : *ajouter l'hypothèse qui manque dans chaque phrase* 0.75

1) *Si* $\lim\limits_{x \to x_0^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to x_0^-} f(x)$ *existent* ***alors*** $\lim\limits_{x \to x_0} f(x)$ *existe* 0.75

2) *Si f est définie sur un intervalle ouvert I pointé en* x_0 *et* $\lim\limits_{x \to x_0} f(x)$ *existe* ***alors*** *f est*

prolongeable par continuité en x_0*.* 0.75

3) *S if et g deux fonctions tels que* $\lim\limits_{x \to a} f(x) = b$ ***alors*** $\lim\limits_{x \to a} gof(x) = L$ 0.75

4) *Si f est définie sur un intervalle I et g est définie sur un intervalle J* ***alors*** *la*

fonction g o f est définie sur I par go f (x) = g (f(x)).

Exercice n°2 :

Soit le nombre complexe z = $\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2} + i\,\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$

1)a/ Calculer z^2 *puis déterminer sa forme trigonométrique* 1

b/ En déduire la forme trigonométrique de z 0.75

2) Donner les valeurs exactes de $\cos\frac{\pi}{12}$ et $\sin\frac{\pi}{12}$ 0.75

3) Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(o,\vec{u},\vec{v})$ 0.75

a/ Construire le point A, B et C d'affixes respectives z, z^2, iz^2

b/ Placer le point D symétrique de A par rapport à l'axe des ordonnés et écrire z_D sous forme trigonométrique.

Exercice n°3 :

Soit $\alpha \in \left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$ *M_1 et M_2 deux points d'affixes respectives*

$z_1=1+i+(1-i)\,tg\alpha$ et $z_2=1+i-(1-i)tg\alpha$ 0.25

1) a/ Vérifier que $z_1=(1+i)(1-i\,tg\alpha)$ 1

b/ Donner la forme trigonométrique de z_1. 1

2) Donner la forme trigonométrique de z_2. 0.75

3) Soit le point A d'affixe 1+ i, montrer que (OA) est la médiatrice de $[M_1M_2]$. 1

4) Montrer que lors que $\alpha \in \left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$ *, le point M decrit une droite* Δ *que l'on preciséra.*

Exercice n°4 :

Soit f la fonction définie par : f(x)= $\begin{cases} \dfrac{-1+\sqrt{1+x^2}}{x} \text{ si } x < 0 \\ \pi-\dfrac{\sin \pi x}{x} \;;\; \text{si } x>0 \end{cases}$

1) Déterminer le domaine de définition 0. 5

2) Montrer que f est prolongeable par continuité en 0 et donner son prolongement g

3) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ *, interpréter graphiquement le résultat* 1.5

4) a/ Montrer que pour tout x > 0 ; $\pi-\frac{1}{x} \leq f(x) \leq \pi+\frac{1}{x}$ 1

b/ Déduire $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ *; interpréter le résultat.* 0.5

5) On pose pour tout $x \in \left]-\frac{\pi}{2},0\right[$ *; k(x) = tg x et h(x)= gok(x).* 0.5

a/ Calculer $\lim\limits_{x\to 0^-} h(x)$

b/ Etudier la continuité de h sur $\left]-\frac{\pi}{2},0\right[$ 0.5

c/ Vérifier que pour $x \in \left]-\frac{\pi}{2},0\right[$ *; h(x) =* $\frac{1-\cos x}{\sin x}$ *et retrouver* $\lim\limits_{x\to 0^-} h(x)$ 0.75

0.75

Avec mes encouragements Essahli Imed